观点和展望

分数量子霍尔液体中的几何自由度及类引力子元激发*

杨昆†

(佛罗里达州立大学物理系, 塔拉哈西, 佛罗里达 32306, 美国)

(2024 年 7 月 17 日收到; 2024 年 8 月 3 日收到修改稿)

拓扑在凝聚态物理中的应用始于量子霍尔效应的研究, 并逐渐成为现代凝聚态物理的主旋律. 其重要性在于它描述物理系统的普适性质. 但基于拓扑场论的分数量子霍尔液体宏观描述并非完备. 本文从微观角度出发讨论分数量子霍尔液体中的几何自由度及其量子动力学, 揭示其基本元激发为自旋为 2 的类引力子并具有特定手性, 着重讨论该手征类引力子的实验探测.

关键词: 拓扑, 几何, 引力子, 强关联

PACS: 78.20.–e, 73.43.–f, 04.30.–w, 04.60.–m **DOI:** 10.7498/aps.73.20240994

1 引 言

分数量子霍尔液体可以说是最强的强关联系统, 并呈现拓扑序 [1]. 其最重要的特征是带有分数电荷的准粒子 (准空穴) 元激发. 但它的电中性元激发的性质直至最近才被完全弄清楚. 有限波长的电中性元激发可以被看作电荷密度波或者准粒子-准空穴的束缚态 [2]. 但在长波极限下这样的图像并不适用, 而需要一个新的理论框架. 在这个理论框架中, 一个最基本的自由度是描述电子关联 (correlation) 的度规张量, 其描述的是电子周围关联空穴的几何形状. 所以这个理论被称为分数量子霍尔效应的几何理论 [3]. 由于度规张量也是引力理论的基本自由度, 该理论框架可以被看作某种引力理论. 其基本元激发为自旋为 2 的类引力子. 本文从微观角度出发讨论量子霍尔液体中的几何自由度及其量子动力学, 揭示其基本元激发为自旋为 2 的类引力子并具有特定手性, 并着重讨论该手征类引力子的实验探测.

2 分数量子霍尔液体中的几何自由度

由于电子-电子之间的库仑相互作用, 每个电子周围都存在关联空穴. 由于分数量子霍尔液体是不可压缩的, 关联空穴的面积是固定的, 并可以被看作是一个拓扑不变量. 但 Haldane[3] 指出这一拓扑限制并不能完全决定关联空穴的形状. 他把这一类面积不变的几何形状称为面积守恒的微分同胚 (area-preserving diffeomorphism), 并指出它们可以用模为 1 的度规张量描述. 以 1/3 填充的 Laughlin 态为例, 这意味着各向同性的 Laughlin 波函数并非唯一, 而存在着一系列各向异性的 Laughlin 波函数. 我们成功地构造出了这些波函数 [4], 由此证明分数量子霍尔液体中的几何自由度确实存在 (见图 1). 但是普通的输运测量反映的是分数量子霍尔系统的拓扑性质, 无法直接观测到这一几何形状. 我们进一步指出可通过破坏体系的不可压缩性来间接观测这一几何形状 [5]. 具体做法是研究 1/2 填充的可压缩态. 之前的大量研究指出, 在此

* 美国国家科学基金会 (批准号: DMR-2315954, DMR-2128556) 和佛罗里达州资助的课题.

† 通信作者. E-mail: kunyang@magnet.fsu.edu

填充数下电子与系统中的磁通相结合形成复合费米子, 而后者构成一个费米面[6]. 文献 [5] 通过一个严格可解模型证明费米面的形状就是 1/3 填充及其他分数量子霍尔液体中关联空穴的形状, 并详细研究了该形状如何依赖于系统的有效质量张量[5]. 我们的定量结果与实验符合得非常好[7].

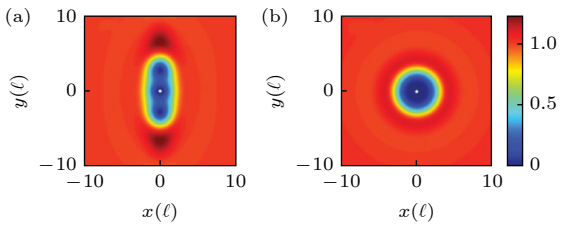


图 1 Laughlin 态的两体关联函数 (a) 各向异性的 Laughlin 态的一个代表; (b) 各向同性的 Laughlin 波函数. 两者关联空穴面积相同, 引自文献 [4]

Fig. 1. Two-body correlation function of the Laughlin state: (a) A representative of the anisotropic Laughlin state; (b) the isotropic Laughlin wave function. The areas of the two correlation holes are the same. From Ref. [4].

3 度规张量的量子动力学及其引力子元激发

研究一个自由度动力学最直接的方法是研究其对外界扰动的响应, 而响应函数的共振峰对应于它的元激发, 共振峰的频率则对应于元激发的能量. 由于该几何自由度对应于一个二阶张量, 它只能与其他二阶张量产生耦合. 其中最直接的就是系统的有效质量张量. 文献 [8] 推导了它们的耦合形式, 并预言引力子模的存在对应于耦合算符谱函数的一个共振峰. 该共振峰在数值计算中被观测到了, 证明引力子模在分数量子霍尔液体中确实存在[9]. 但是文献 [8] 导出的耦合算符不带手性, 与自旋为+/–2 的激发态都有耦合. 因此该共振峰无法区分引力子模的手性, 或者说无法判定引力子的自旋是+2 还是–2. 文献 [10] 引入了两个新的带有特定手性的耦合算符, 分别与自旋为+/–2 的激发产生耦合. 通过对它们的谱函数的计算, 我们发现引力子模在电子型分数量子霍尔液体 (如 1/3 填充的 Laughlin 态) 中自旋为–2, 而在空穴型分数量子霍尔液体 (如 2/3 填充态) 自旋为+2, 我们把这些带有特定手性的引力子称为手性引力子[10]. 我们还研究了 1/2 填充的玻色子 Laughlin 态, 同样看到的是自旋为–2 的手性引力子[11]. 由于玻色子系统没有简单的空穴型分数量子霍尔液体, 自旋为 +2 的手性引力子只能来自准空穴凝聚导致的高阶分数量子霍尔态, 并与自旋为–2 的手性引力子共存. 这种情形在费米子系统中已存在, 值得在玻色子系统中进一步研究.

引力子的手性可以用一个非常简单的物理图像来理解. 以 1/3 填充的 Laughlin 态为例, 原始的 Laughlin 波函数要求每一对电子的相对角动量至少为 3 (见图 2). 由于电子是费米子, 波函数的反对称性要求每一对电子的相对角动量必须是奇数. 引力子元激发可以被看作相对角动量为 1 的电子对 (见图 2). 要激发引力子最直接的办法就是把在 Laughlin 基态中已存在的相对角动量为 3 的电

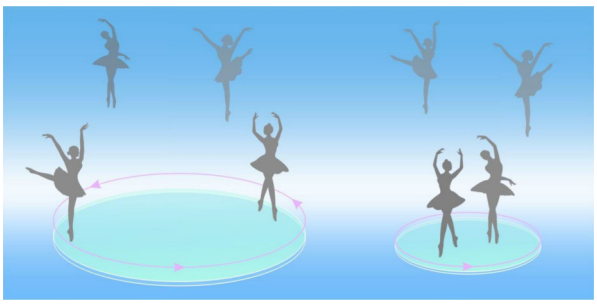


图 2 用 Wen[1] 的舞蹈规则类比来说明 1/3 填充 Laughlin 态中的类引力子激发及其手性, 左图为在 Laughlin 基态 (或舞蹈规则) 中, 一对舞者的最小相对角动量为 3, 以确保他们之间有足够的距离; 右图为类引力子激发对应于相对角动量从 3 变为 1 的一个电子对 (费米子波函数的反对称性只允许奇数相对角动量); 这在 Laughlin 态下是不允许的, 因此, 它对应于一种激发, 即文献 [12] 检测到的“引力子”, 换句话说, 拉曼过程通过将相对角动量为 3 的电子对 (左图) 变成相对角动量为 1 的电子对 (右图) 来产生“引力子”; 该激发的角动量为 1 – 3 = –2, 对应引力子手性为–2. 对于 2/3 及 3/5 填充的空穴状态, 由于空穴的手性与电子相反, 引力子手性变为 +2, 引自文献 [13]

Fig. 2. Illustration of graviton-like excitation and its chirality in the 1/3 Laughlin state using Wen's[1] dancing pattern analogy. Left panel: In the Laughlin ground state (or dancing pattern), the minimum relative angular momentum of a pair of dancers is 3, ensuring sufficient separation between them. Right panel: A graviton-like excitation corresponds to a pair whose relative angular momentum changes from 3 to 1 (antisymmetry of fermion wave function only allows for odd relative angular momenta). This is not allowed in the Laughlin state, as a result, it corresponds to an excitation which is the “graviton” detected by Liang et al.[12]. In other words, the Raman process creates a “graviton” by turning a pair with relative angular momentum 3 (left panel) to a pair with relative angular momentum 1 (right panel). The angular momentum of this excitation is 1 – 3 = –2, corresponding to graviton chirality –2. For hole states like 2/3 and 3/5, because the chirality is reversed for holes, graviton chirality becomes +2. From Ref. [13].

子对变成相对角动量为 1 的电子对. 这导致系统的总角动量减小了 2, 所以引力子的自旋为–2. 在这个意义上 Laughlin 态可以被看作是引力子的真空态. 而在空穴型分数量子霍尔液体的手性与电子型相反, 如 2/3 填充态中空穴形成 Laughlin 态, 其相对角动量都是从–3 开始的负奇数. 故引力子的自旋为+2.

4 引力子模及其手性的实验探测

尽管文献 [10] 引入的耦合算符是为了区分引力子的手性, 后续研究 [14] 表明它们有十分明确的物理意义. 具体说来, 文献 [10] 计算的谱函数对应于圆偏振光的拉曼散射谱. 拉曼散射是一个双光子过程——入射光子被系统吸收, 而后系统再发射一个光子. 由于光子自旋为 1, 不同圆偏振的入射及出射光子的组合可以激发出自旋为 0 及+2 和–2 的元激发. Liang 等 [12] 发现在 1/3 填充的 Laughlin 态中, 只有在能激发出自旋为–2 元激发的组合中有一个共振峰, 见图 3. 这表明在 1/3 填充的 Laughlin 态中引力子自旋为–2. 他们在 2/5 填充态 (同为电子态) 中看到同样的行为, 而在 2/3 及 3/5 填充态 (同为空穴态) 中引力子自旋为+2. 这些与文献 [10] 的预言完全一致.

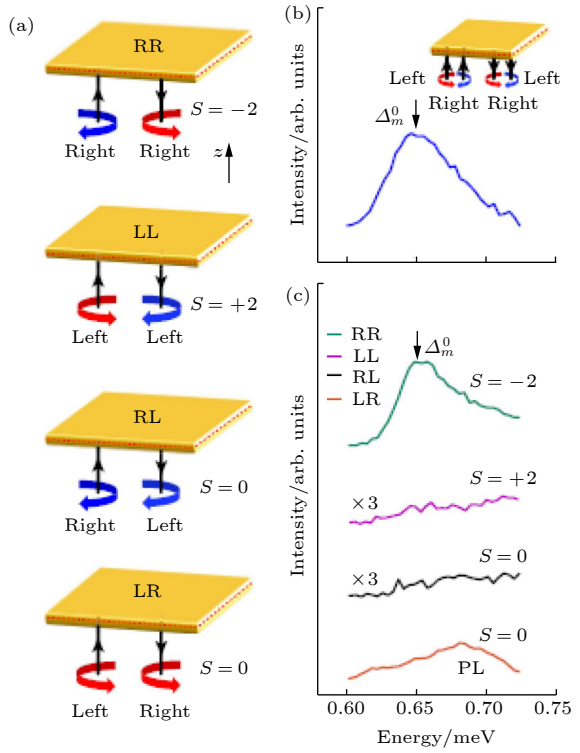


图 3 圆极化偏振的拉曼散射, 不同入射光与出射光偏振的组合对应于系统不同角动量的元激发, 在 1/3 填充的 Laughlin 态中, 只有对应于角动量为–2 的组合有共振峰 (见右图绿色曲线), 与文献 [10] 的预言相符, 引自文献 [12]

Fig. 3. Circularly polarized Raman scattering. Different combinations of incident and outgoing light polarization couple to elementary excitations of different angular momentums in the system. In the 1/3 filled Laughlin state, only the combination corresponding to the angular momentum –2 has a resonance peak (see the green curve on the right), which is consistent with the prediction of Ref. [10]. Cited from Ref. [12].

5 意义与展望

文献 [12] 报道的实验发现意义十分重大.

首先, 这很可能是实验上首次观测到自旋为 2 的准粒子 (元激发). 众所周知, 自然界存在的基本粒子有自旋为 1/2 的 (如电子), 也有自旋为 1 的 (如光子). 迄今唯一的自旋为零的希格斯粒子是在大约 12 年前 (经过数十年的探索) 发现的. 人们普遍认为, 在尚待发现的引力量子理论中一定存在基本引力子, 它们是引力波 (仅在 9 年前才被发现) 的量子且自旋为 2. 凝聚态系统中的激发通常具有粒子特征, 但它们实际上是基本粒子 (主要是电子) 集体运动模的量子, 它们被称为准粒子. 文献 [12] 报道发现的类似引力子的元激发就是这样的准粒子. 与基本粒子一样, 凝聚态系统中的准粒子也大多具有自旋 1/2 (如金属中的准电子和准空穴)、自旋 1 (如极化子) 或自旋为 0 (如氦–4 液体中的声子). 自旋为 2 或四极矩模确实存在, 但它们往往会非常快地衰变为系统中的其他准粒子, 因此不具备准粒子的特征. 在分数量子霍尔液体中, 这种“引力子”变得相当“长寿”, 因为其他准粒子有能隙且是拓扑非平庸的, 从而极大地限制了“引力子”向它们衰变的可能通道, 使得这些“引力子”在实验中变得清晰可见.

其次, 这样的实验为研究分数量子霍尔液体的拓扑性质开辟了一条全新的道路. 传统上, 这种拓扑性质是通过所谓的体边缘对应 [1] 在系统的边界探测的. 不幸的是, 边界上存在着各种人们尚未完全理解的复杂情况, 使得这类实验的解释在许多情况下变得困难或模糊. 另一方面, 拉曼散射是一个纯粹的体探测, 不受这些复杂性的影响. 特别是我们 [15,14] 提出可以利用引力子手性来探测朗道能级填充因子为 5/2 的分数量子霍尔液体的拓扑序, 这

是目前最有趣的分数量子霍尔态[16], 不仅因为这里有多个可能的态 (因此找出哪个态被真正实现了很重要), 而且理论研究表明[16], 候选者中最有可能的态是非阿贝尔的在电子型 Moore-Read Pfaffian 态和空穴型的 anti-Pfaffian 态, 而它们在拓扑量子计算中具有潜在的应用前景[17]. 我们发现[15] 在电子型的 Moore-Read Pfaffian 态中引力子模自旋为 –2, 而在空穴型的 anti-Pfaffian 态中引力子模自旋为+2. 这与前文中讨论的阿贝尔态完全一致. 因此, 未来类似于文献 [12] 报道的实验可能会导致某些非阿贝尔物质态的实验发现.

最后, 这类工作促进了不同物理学领域之间的对话和协同作用. 不可否认, 这里的"引力子"与量子引力理论中的基本引力子有很大不同. 明显的区别是: i) 这里有 2 个而不是量子引力中的 3 个 (或更高) 空间维度; ii) 量子霍尔"引力子"背后的几何是纯空间的, 而爱因斯坦广义相对论 (量子引力的经典版本) 的几何是时空的; iii) 也许最重要的是, 这些量子霍尔"引力子"是有能隙的, 而量子引力理论的引力子必须是无能隙 (或者说是无质量) 的, 这样引力才能长距离传播. 然而, 它们之间的相似性应当引起物理学界的广泛关注. 与此相关的是我们在最近的工作中[18–20] 还研究了分数量子霍尔液体中和黑洞相关的一些物理性质.

参考文献

[1] Wen X G 2004 *Quantum Field Theory of Many-body Systems: From the Origin of Sound to An Origin of Light and Electrons* (Oxford: Oxford University Press)
[2] Girvin S M, MacDonald A H, Platzman P M 1986 *Phys. Rev. B* **33** 2481
[3] Haldane F D M 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 116801
[4] Qiu R Z, Haldane F D M, Wan X, Yang K, Yi S 2012 *Phys. Rev. B* **85** 115308
[5] Yang K 2013 *Phys. Rev. B* **88** 241105
[6] Halperin B I, Lee P A, Read N 1993 *Phys. Rev. B* **47** 7312
[7] Jo I, Rosales K A V, Mueed M A, Pfeiffer L N, West K W, Baldwin K W, Winkler R, Padmanabhan M, Shayegan M 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 016402
[8] Yang K 2016 *Phys. Rev. B* **93** 161302
[9] Liu Z, Gromov A, Papic Z 2018 *Phys. Rev. B* **98** 155140
[10] Liou S F, Haldane F D M, Yang K, Rezayi E H 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 146801
[11] Nguyen D X, Haldane F D M, Rezayi E H, Son D T, Yang K 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 246402
[12] Liang J H, Liu Z Y, Yang Z H, Huang Y L, Wurstbauer U, Dean C R, West K W, Pfeiffer L N, Du L J, Pinczuk P 2024 *Nature* **628** 78
[13] Yang K 2024 *The Innovation* **5** 100641
[14] Nguyen D X, Son D T 2021 *Phys. Rev. Res.* **3** 023040
[15] Haldane F D M, Rezayi E H, Yang K 2021 *Phys. Rev. B* **104** L121106
[16] Ma K K W, Peterson M R, Scarola V W, Yang K 2023 *Encyclopedia of Condensed Matter Physics* (2nd Ed.) (Academic Press)
[17] Wan X, Wang Z H, Yang K 2013 *Physics* **42** 558 (in Chinese) [万歆, 王正汉, 杨昆 2013 物理 **42** 558]
[18] Ma K K W, Yang K 2022 *Phys. Rev. B* **105** 045306
[19] Ma K K W 2022 arXiv: 2209.11119
[20] Ma K K W, Yang K 2024 arXiv: 2408.00058

VIEWS AND PERSPECTIVES

Geometric degrees of freedom and graviton-like excitations in fractional quantum Hall liquids*

Kun Yang †

(*Department of Physics, Florida State University, Tallahassee Florida* 32306, *USA*)

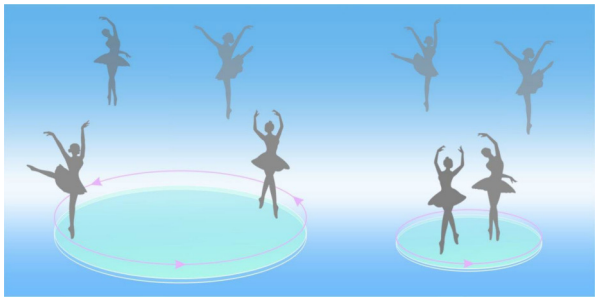
(Received 17 July 2024; revised manuscript received 3 August 2024)

Abstract

The application of topology in condensed matter physics began with the study of the quantum Hall effect and has gradually become the main theme of modern condensed matter physics. Its importance lies in capturing the universal properties of physical systems. In particular, fractional quantum Hall liquids are the most strongly correlated systems and exhibit topological order. Its most important and universal feature is the quasiparticle (quasi-hole) elementary excitations with fractional charge and statistics, which are captured by topological field theories. However, such a macroscopic description of fractional quantum Hall liquids is not complete, because it misses an important geometric aspect that is important for both universal and non-universal properties of the

system. In particular, the nature of its electrically neutral elementary excitations has not been fully understood until recently. Finite-wavelength electrically neutral elementary excitations can be viewed as charge density waves or bound states of quasi-particles-quasi-holes. However, such pictures are not applicable in the long-wave limit, so a new theoretical framework is needed. In this theoretical framework, one of the most basic degrees of freedom is the metric tensor that describes the electron correlation. Figuratively speaking, it describes the geometric shape of the correlation hole around the electron. Therefore, this theory is called the geometric theory of the fractional quantum Hall effect. Since the metric tensor is also the basic degree of freedom of the theory of gravity, this theoretical framework can be regarded as a certain type of quantum theory of gravity. Its basic elementary excitation is a spin-two graviton. This perspective discusses the geometric degrees of freedom and its quantum dynamics in quantum Hall liquids from a microscopic perspective, revealing that its basic elementary excitations are spin-two graviton-like particles with specific chirality, and focuses on the experimental detection of this chiral graviton-like particle.

The figure illustrates graviton-like excitation and its chirality in the 1/3 Laughlin state using Xiao-Gang Wen's dancing pattern analogy [Wen X G 2004 *Quantum Field Theory of Many-body Systems: From the Origin of Sound to An Origin of Light and Electrons* (Oxford: Oxford University Press)], with left panel showing that in the Laughlin ground state (or dancing pattern), the minimum relative angular momentum of a pair of dancers is three, ensuring sufficient separation between them, and with right panel displaying that a graviton-like excitation corresponding to a pair whose relative angular momentum changes from three to one (antisymmetry of fermion wave function only allows for odd relative angular momenta). This is not allowed in the Laughlin state, as a result, it corresponds to an excitation which is the "graviton" detected by Liang et al. [Liang J H, Liu Z Y, Yang Z H, et al. 2024 *Nature* **628** 78]. In other words, the Raman process creates a "graviton" by turning a pair with relative angular momentum three (left panel) into a pair with relative angular momentum one (right panel). The angular momentum of this excitation is $1-3=-2$, corresponding to a graviton with chirality –2. For hole states like 2/3, because the chirality is reversed for holes, graviton chirality becomes +2. This figure is adopted from Yang [Yang K 2024 *The Innovation* **5** 100641].



Keywords: topology, geometry, gravitons, strong correlation

PACS: 78.20.–e, 73.43.–f, 04.30.–w, 04.60.–m **DOI:** 10.7498/aps.73.20240994

* Project supported by the National Science Foundation of USA (Grant Nos. DMR-2315954, DMR-2128556) and the State of Florida, USA.

† Corresponding author. E-mail: kunyang@magnet.fsu.edu

物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

分数量子霍尔液体中的几何自由度及类引力子元激发

杨昆

Geometric degrees of freedom and graviton-like excitations in fractional quantum Hall liquids

Kun Yang

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 73, 177801 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20240994
CSTR: ${metaArticle.multidivStyle}
在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.73.20240994
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn